

7. Übungsblatt

Typ-basiertes Programmieren und Schließen in Funktionalen Sprachen

Jun.-Prof. Dr. Janis Voigtländer / Dipl.-Math. Daniel Seidel

Wintersemester 2009/10

Aufgabe 25

Beweisen Sie den zur Typregel

$$\frac{\Gamma \vdash t : [\tau'] \quad \Gamma \vdash u : \tau \quad \Gamma, x_1 : \tau', x_2 : [\tau'] \vdash v : \tau}{\Gamma \vdash (\mathbf{case} \ t \ \mathbf{of} \ \{ [] \rightarrow u; (x_1 : x_2) \rightarrow v \}) : \tau}$$

gehörenden Induktionsfall des Parametritäts-Theorems (nach geeigneten Vorüberlegungen zur Termsemantik von **case**-Ausdrücken). \diamond

Aufgabe 26

Überlegen Sie, was zu tun wäre, um unsere formale Betrachtung freier Theoreme für die angemessene Behandlung des Datentyps

data *Tree* *a* = *Leaf* *a* | *Node* (*Tree* *a*) (*Tree* *a*)

zu erweitern. \diamond

Aufgabe 27

Zeigen Sie mit Hilfe der Typregeln, dass

$$\begin{aligned} (\#) = \Lambda \alpha. \mathbf{fix} \ (\lambda rec : [\alpha] \rightarrow [\alpha] \rightarrow [\alpha]. \lambda xs : [\alpha]. \lambda ys : [\alpha]. \\ \mathbf{case} \ xs \ \mathbf{of} \ \{ [] \rightarrow ys; (z : zs) \rightarrow z : (rec \ zs \ ys) \}) \end{aligned}$$

den Typ $\forall \alpha. [\alpha] \rightarrow [\alpha] \rightarrow [\alpha]$ hat. \diamond

Aufgabe 28

Berechnen Sie schrittweise $\llbracket \mathbf{reverse} \ \mathbf{Bool} \ (\mathbf{True} : \mathbf{False} : []_{\mathbf{Bool}}) \rrbracket_{\emptyset, \emptyset}$, wobei:

$$\begin{aligned} \mathbf{reverse} = \Lambda \alpha. \mathbf{fix} \ (\lambda rec : [\alpha] \rightarrow [\alpha]. \lambda xs : [\alpha]. \\ \mathbf{case} \ xs \ \mathbf{of} \ \{ [] \rightarrow []_{\alpha}; (z : zs) \rightarrow (\#) \ \alpha \ (rec \ zs) \ (z : []_{\alpha}) \}). \end{aligned}$$

Sie können verwenden, dass

$$\llbracket (\#) \rrbracket_{\emptyset, \sigma} S [x_1, \dots, x_n] [y_1, \dots, y_m] = [x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_m]. \quad \diamond$$

Aufgabe 29

Betrachten Sie unser Kalkül samt allgemeiner Rekursion. Überlegen Sie, auf welche Art(en) „ \perp “ das ursprüngliche freie Theorem für den Typ $(\alpha \rightarrow \mathbf{Bool}) \rightarrow [\alpha] \rightarrow [\alpha]$ zerstören kann. Leiten Sie aus Ihren Beobachtungen Hypothesen zur partiellen Korrektheit ab (\sqsubseteq bzw. \sqsupseteq ; mit möglichst wenig einschränkenden Nebenbedingungen). Welche Änderungen ergeben sich bei zusätzlicher Betrachtung von **seq**? \diamond